

# Posudek školitele na disertační práci na MFF UK

Jakub Večeřa: Chaotické náhodné veličiny v aplikované pravděpodobnosti

Předložená disertační práce se zabývá problematikou procesů částic v Eukleidovském prostoru. Ve stochastické geometrii se náhodné systémy částic modelují trojím způsobem: (i) pomocí kótovaných bodových procesů, kde kóty jsou kompaktní množiny, (ii) pokud jsou částice popsány malým počtem reálných parametrů, lze pracovat na součinném prostoru, kde složkami je poloha a tyto parametry částic, (iii) pomocí bodových procesů v metrickém prostoru kompaktních množin vybaveném Hausdorffovou metrikou.

Pan Večeřa vstoupil do studia v roce 2014 a zvolil přístup (ii) ke studiu tzv. procesů faset, kde fasety byly kompaktní podmnožiny nadrovin dané velikosti a tvaru v libovolné dimenzi Eukleidovského prostoru. V omezeném okně jsou uvažovány procesy s hustotou vzhledem k Poissonovu procesu. Nad těmito procesy byly vyšetřovány funkcionály ve tvaru Hausdorffovy míry odpovídajícího řádu pro průniky  $k$ -tic faset. Jedná se o  $U$ -statistiky. Úvodní článek zavádějící tento stochastický model vyšel v časopisu MCAP. Vzápětí Večeřa kompletně vyřešil problematiku asymptotiky momentů těchto funkcionálů a užití momentové metody k odvození centrální limitní věty v případě, kdy intenzita procesu roste nade všechny meze. Jeho samostatný článek v Aplikacích matematiky (2016) je základním výsledkem disertační práce. Později byl publikován ještě alternativní důkaz téhož výsledku.

Následovala spolupráce s kolegy z university v Goettingenu (prof. Huckemann), která představuje aplikační část práce. Daty z Goettingenu byla svalová vlákna kmenových buněk. Speciálním případem procesů faset jsou procesy segmentů, kterými lze experimentální data aproximovat. Zde se dostáváme do oblasti prostorové statistiky, ze spolupráce vzešla publikace v časopisu IAS. Kromě známé Takacs-Fikselovy metody odhadu parametrů byl vyvinut nový semiparametrický postup a vyšetřovány jeho vlastnosti. Tento samostatný výzkum je publikován v časopisu MCAP.

Na podzim 2016 odejel Večeřa na stáž do Karlsruhe Institute of Technology k prof. Lastovi. Zde začala poslední fáze jeho studia, vyšetřování obecných procesů částic Gibbsova typu. Cílem bylo rozvinout přístup (iii) k modelování náhodných systémů částic. Byla zavedena třída přípustných Gibbsovských modelů a třída přípustných funkcionálů, kterými jsou stejné  $U$ -statistiky jako v první fázi studia. Přesto vyšetřování asymptotických vlastností, tentokrát s rostoucím oknem, bylo obtížné. Pomohl až preprint autorů Hofer-Temmel, Houdebert (2017), ve kterém metoda „disagreement percolation“ umožnila tzv. dekorelaci procesu, která je klíčem k centrální limitní větě. Výsledky jiných autorů jsou formulovány pouze pro bodové procesy v  $\mathbb{R}^d$ , je třeba prověřit platnost jejich rozšíření na procesy částic.

Jakub Večeřa pracoval na tématu samostatně i ve spolupráci se zahraničními odborníky. Podílí se na pěti přijatých publikacích, šestý článek je v recenzním řízení. Lze shrnout, že předložená disertace obsahuje nové zajímavé výsledky v aktuální problematice základního matematického výzkumu, navíc obsahuje i aplikační kapitolu. Doporučuji ji jednoznačně k obhajobě.

Prof. RNDr. Viktor Beneš, DrSc.

KPMS MFF UK, Sokolovská 83, Praha 8